

Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

$$I_0 := 1 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \quad - \text{интенсивность света, падающего на отверстие}$$

$$S_{\text{отв}} := (0.002 \cdot \text{mm})^2 \quad S = 0.000004 \text{ mm}^2 \quad - \text{площадь отверстия}$$

$$r := \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad r = 0.001128379 \text{ mm} \quad r_{\text{отв}} := \frac{0.0013 \text{ mm}}{2} \quad - \text{радиус отверстия} \quad \frac{r}{r_{\text{отв}}} = 1.160714286$$

$$\lambda := 560 \cdot \text{nm} \quad - \text{длина волны падающего света}$$

$$k := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad k = 1.121997376 \times 10^7 \frac{1}{\text{m}} \quad - \text{волновой вектор}$$

$$\omega := k \cdot c \quad \omega = 3.363663513 \times 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \quad - \text{циклическая частота}$$

$$\nu := 2 \cdot \pi \cdot \omega \quad \nu = 2.113452116 \times 10^7 \text{ GHz} \quad - \text{частота}$$

$$k \cdot r = 7.292982946 \quad \gg 1 \quad - \text{условие слабого отклонения от геометрической оптики (малые углы дифракции)}$$

$$R_{\text{экв}} := 20 \cdot \text{cm} \quad - \text{расстояние от отверстия до экрана на котором наблюдается дифракционная картина}$$

$$L_{\text{пл}} := 20 \cdot \text{cm} \quad - \text{расстояние от отверстия до центра плоского экрана на котором наблюдается дифракционная картина}$$

$$\frac{k \cdot r^2}{L} = 0.000023702 \quad \ll 1 \quad - \text{условие дифракции Фраунгофера}$$

$$dI_{\text{до}}(\theta) := \text{if} \left[\theta = 0, I_0 \cdot \frac{(r \cdot k)^2}{4 \cdot \pi}, I_0 \cdot \frac{J_1(r \cdot k \cdot \theta)^2}{\pi \cdot \theta^2} \right] \quad - \text{интенсивность дифрагированного света в элемент телесного угла } d\theta \text{ нормированная на } d\theta$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{J_1(\alpha \cdot \sin(\theta))^2}{\pi \cdot \sin(\theta)^2} \rightarrow \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha^2}{\pi} \quad dI_{\text{до}}(0) = 4.232534745 \frac{1}{\text{m}^2} \text{ W}$$

$$I_{\text{с}}(\theta, R) := \frac{\pi \cdot r^2}{R^2} \cdot dI_{\text{до}}(\theta) \quad - \text{зависимость интенсивности дифрагированного света от угла дифракции и расстояния от отверстия}$$

Интенсивность дифрагированного света при $\theta = 0$ на расстоянии $L = 200 \text{ mm}$ от отверстия

$$I_{\text{с}}(0, L) = 1.404485069 \times 10^{-10} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{\pi \cdot r^2}{L^2} \cdot I_0 \cdot \frac{(k \cdot r)^2}{4 \cdot \pi} = 1.404485069 \times 10^{-10} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$$

Оценим точность приближения, проверив равенство интенсивностей падающего на щель и дифрагированного света:

$$1 - \frac{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} dI_{\text{до}}(\theta) d\phi \sin(\theta) d\theta}{I_0} = 6.688274472 \%$$

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} 1 d\phi \cdot \sin(\theta) d\theta = 2\pi$$

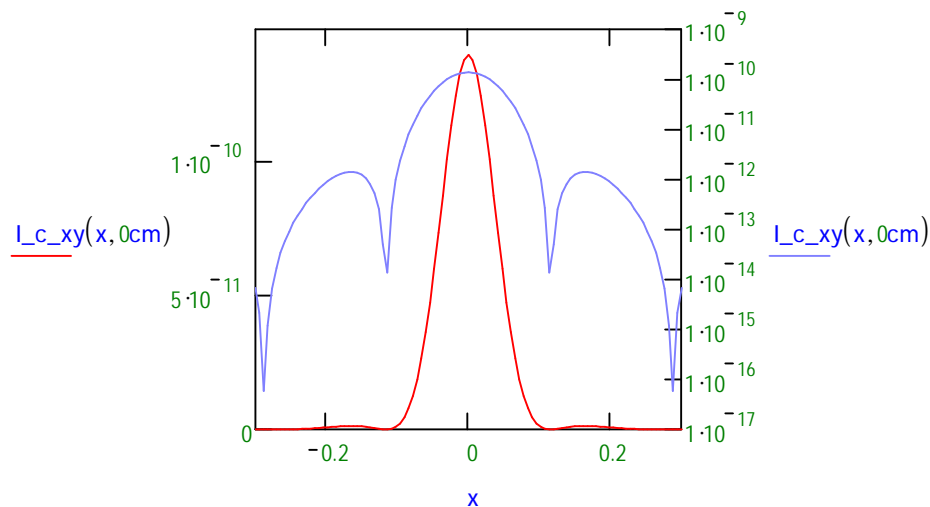
$$I_{c_xy}(x, y) := I_c \left(\operatorname{asin} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{L^2 + x^2 + y^2}} \right), \sqrt{L^2 + x^2 + y^2} \right)$$

- интенсивность дифрагированного света в точке с координатами (x,y), находящейся на экране, расположенном на расстоянии L от отверстия. (Начало координат находится в точке пересечения оси отверстия с экраном.)

$H_{\text{max}} := 60\text{cm}$ - размер плоского экрана на котором наблюдается дифракционная картина

$$x := \frac{-H}{2}, \frac{-H}{2} + \frac{H}{100} .. \frac{H}{2}$$

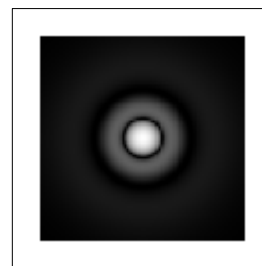
$N_{\text{max}} := 250$ - число точек по оси x и y по значениям интенсивности света в которых строится графическое изображение дифракционной картинки.



$$i := 0..N-1 \quad j := 0..N-1$$

$$G_{i,j} := \ln \left(\frac{I_{c_xy} \left(-H + i \cdot \frac{2 \cdot H}{N-1}, -H + j \cdot \frac{2 \cdot H}{N-1} \right)}{I_0} + 10^{-13} \right)$$

- масштабирование значений интенсивности для лучшего графического представления.

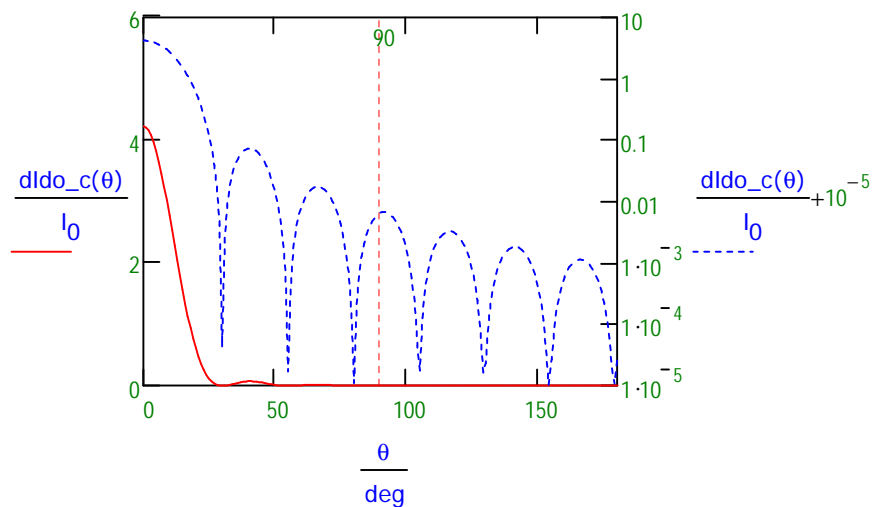


G

$$G(\theta, \phi) := \left(\begin{array}{c} \theta \cdot \cos(\phi) \\ \theta \cdot \sin(\phi) \\ \ln \left(\frac{dI_{do_c}(\theta)}{I_0} + 10^{-3} \right) \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} x_{\text{mesh}} := 200 \\ y_{\text{mesh}} := 200 \end{array}$$

$$\text{Sph} := \text{CreateMesh}(G, 0, \pi, 0, 2\pi, x_{\text{mesh}}, y_{\text{mesh}})$$

$$\theta := 0, 1\text{deg} .. 180\text{deg}$$



Относительная + масштабированная интенсивность дифрагированного света в сферических координатах (θ,φ)
θ от 0 до π,
φ от 0 до 2π:



Sph

n_x, n_y

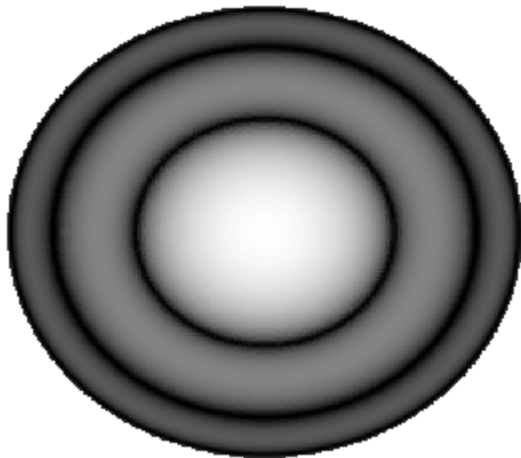


$dldo_c_nxny(nx, ny) := dldo_c\left(\text{asin}\left(\sqrt{nx^2 + ny^2}\right)\right)$ - интенсивность дифрагированного света в направлении нормали $(nx, ny, \sqrt{1 - (nx^2 + ny^2)})$ в элемент телесного угла do нормированная на do

$$Gnxny(u, v) := \left(\begin{array}{c} \sin(u) \cdot \cos(v) \\ \sin(u) \cdot \sin(v) \\ \ln\left(\frac{dldo_c_nxny(\sin(u) \cdot \cos(v), \sin(u) \cdot \sin(v))}{I_0} + 10^{-3}\right) \end{array} \right)$$

$xmesh := 200$
 $ymesh := 200$
 $Snxny := \text{CreateMesh}\left(Gnxny, 0, \frac{\pi}{2}, 0, 2 \cdot \pi, xmesh, ymesh\right)$

Масштабированная интенсивность дифрагированного света в координатах (nx, ny) :



$Snxny$

