

## Дифракция на круглом отверстии (расчет по теории Кирхгофа)

В сети имеется несколько ресурсов, в которых можно посмотреть картинки, получающиеся при дифракции света на круглом отверстии при выполнении условия Френеля. см., например, здесь:

Однако там вы не узнаете, каким именно образом они были получены и, в связи с этим, вы не сможете воспользоваться результатами этих расчетов для того, чтобы самим что-нибудь посчитать. Данный документ не имеет этого недостатка, т.к. здесь приведен "открытый код" вычислений.

Анализ некоторых результатов расчетов позволяет утверждать, что по крайней мере в первом приближении все посчитано правильно. Однако если вы найдете какие-либо ошибки или продвинетесь дальше, дайте, пожалуйста, мне об этом знать.

### Краткие сведения из теории

Подробности см.:

Д.В. Сивухин, Общий курс физики т. 4, Оптика, 2005, § 43

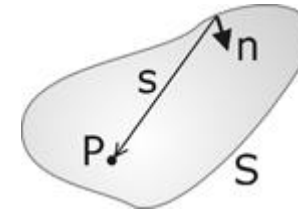
М.Борн, Э.Вольф, Основы оптики, 1973, § 8.3

(обе книги есть в сети)

(формулы набраны в MathType 5.2c)

Согласно интегральной теореме Гюйгенса-Кирхгофа, волновое возмущение в точке P (рис.1), определяется следующим интегралом:

$$U_P = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left\{ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right\} dS$$



где S - замкнутая поверхность, окружающая точку P, U - волновое возмущение на поверхности S, k - волновой вектор электромагнитной волны, s - расстояние от элемента поверхности до точки P,  $\partial/\partial n$  - дифференцирование вдоль внутренней нормали к поверхности.

Рассчитаем волновое возмущение в точке P<sub>1</sub>, возникающее при дифракции света на отверстии в экране. Будем считать, что падающая на отверстие монохроматическая волна создается точечным источником P<sub>0</sub>. При этом она описывается известным уравнением сферической волны:

$$U_{P_0} = \frac{Ae^{ikq}}{q}$$

Поверхность, окружающую точку P<sub>1</sub> составим из

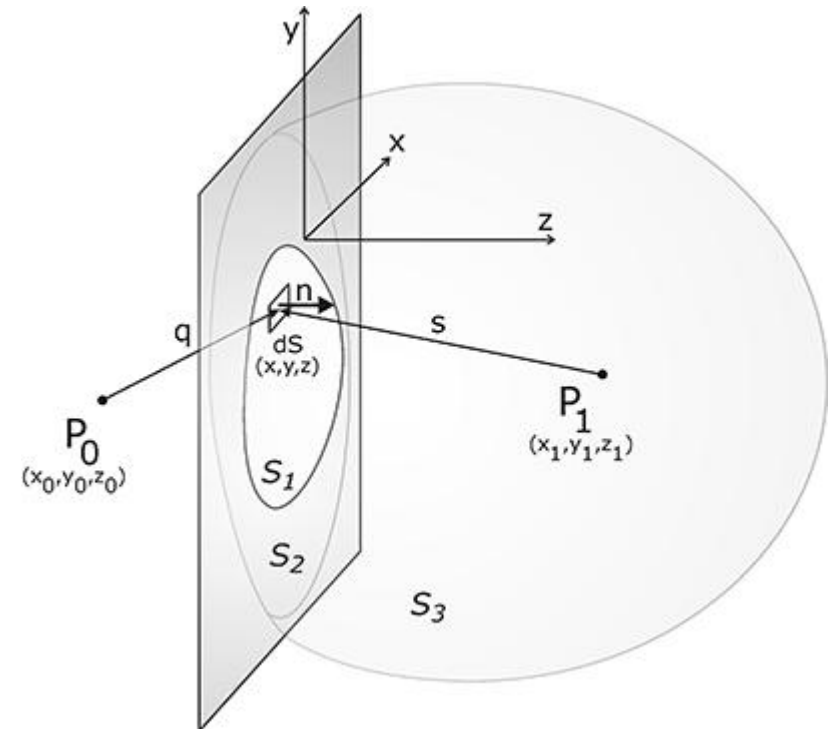
- 1) отверстия S<sub>1</sub>
- 2) участка S<sub>2</sub> неосвещенной стороны экрана
- 3) части S<sub>3</sub> большой сферы, которая вместе с S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub> образует замкнутую поверхность.

Тогда интеграл (1) запишется следующим образом

$$U_{P_1} = \frac{1}{4\pi} \left[ \iint_{S_1} + \iint_{S_2} + \iint_{S_3} \right] \left\{ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right\} dS$$

Кирхгоф предположил, что на участках S<sub>1</sub> и S<sub>2</sub> выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} S_1: \quad U &= U_{P_0} & \frac{\partial U}{\partial n} &= \frac{\partial U_{P_0}}{\partial n} \\ S_2: \quad U &= 0 & \frac{\partial U}{\partial n} &= 0 \end{aligned}$$



Кроме того, можно доказать, что интеграл по  $S_3 = 0$ . Тогда

$$U_{P_1} = \frac{A}{4\pi} \iint_{S_1} \frac{e^{ikq}}{q} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{ikq}}{q} \right) dS$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) = \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) \cos(n, s) = \frac{e^{iks}}{s} \left( ik - \frac{1}{s} \right) \left( -\frac{s}{z_1} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{ikq}}{q} \right) = \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{e^{ikq}}{q} \right) \cos(n, q) = \frac{e^{ikq}}{q} \left( ik - \frac{1}{q} \right) \left( \frac{q}{z_0} \right)$$

окончательно получаем

$$U_{P_1} = \frac{-A}{4\pi} \iint_{S_1} \frac{e^{ik(q+s)}}{qs} \left[ \left( ik - \frac{1}{s} \right) \frac{s}{z_1} + \left( ik - \frac{1}{q} \right) \frac{q}{z_0} \right] dx dy$$

где

$$q = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0)^2}$$

$$s = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1)^2}$$

$(x, y, 0)$  - координаты элемента поверхности  $dS = dx dy$ , лежащего на  $S$ .

Если на отверстие подает плоская волна:

$V = B e^{ikz}$ , то аналогично получаем

$$V_{P_1} = \frac{-B}{4\pi} e^{ikz} \iint_{S_1} e^{iks} \left[ \frac{ik}{z_1} - \frac{1}{sz_1} + \frac{ik}{s} \right] dx dy$$

(В обозначениях здесь и далее величины, относящиеся к случаю плоской первичной волны будут содержать в названии букву  $V$ , а к сферической - букву  $U$ .)

## Вспомогательные выражения

Получим некоторые выражения, которые помогут нам при задании параметров системы и пригодятся для качественной проверки расчетов.

Получим формулу для расстояния от центра отверстия до точек на оси отверстия, для которых открыты  $n$  зон Френеля  $z_1(z_0, R, \lambda)(n)$ :

$$\left( R^2 + z_1^2 \right) - \left( z_1 + z_0 - \sqrt{z_0^2 + R^2 + n \cdot \frac{\lambda}{2}} \right)^2 \Bigg|_{\text{explicit solve, } z_1} \rightarrow \frac{-1}{4} \cdot \frac{8 \cdot z_0^2 - 8 \cdot z_0 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + 4 \cdot z_0 \cdot n \cdot \lambda - 4 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} \cdot n \cdot \lambda + n^2 \cdot \lambda^2}{2 \cdot z_0 - 2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + n \cdot \lambda}$$

Можно показать, что при уменьшении  $z_0$ , значения  $z_1(n)$  возрастают.

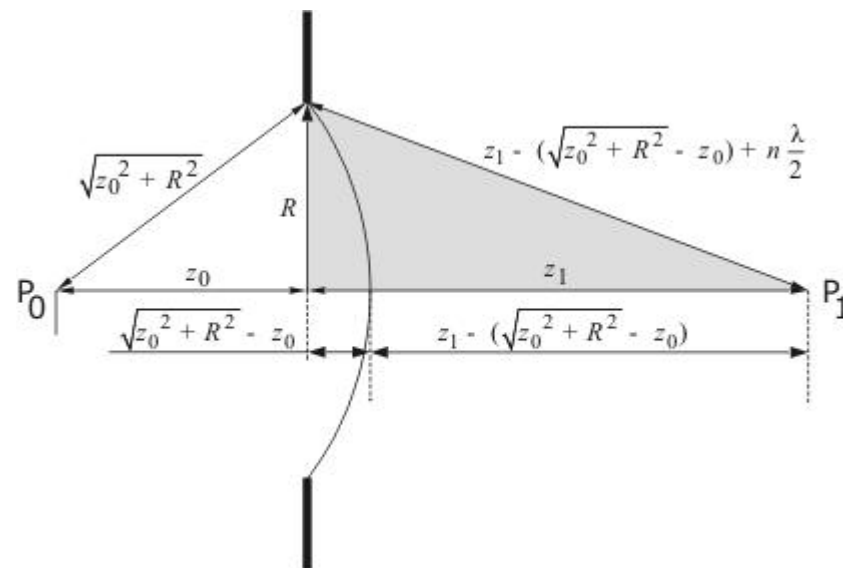
Найти значение  $z_0(n, R, \lambda)$  при котором на бесконечности открыто  $n$  зон Френеля можно приравняв к нулю знаменатель в функции  $z_1(n)$  и выразив из полученного уравнения  $z_0$ .

$$2 \cdot z_0 - 2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + n \cdot \lambda \quad \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve, } z_0 \end{array} \right. \rightarrow \frac{-1}{4} \cdot \frac{(-4) \cdot R^2 + n^2 \cdot \lambda^2}{n \cdot \lambda}$$

При  $z_0=0$  для бесконечно удаленной точки на оси отверстия будет открыто следующее число зон Френеля:

$$2 \cdot z_0 - 2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + n \cdot \lambda \quad \left| \begin{array}{l} \text{substitute, } z_0 = 0 \\ \text{assume, } R > 0 \rightarrow 2 \cdot \frac{R}{\lambda} \\ \text{explicit} \\ \text{solve, } n \end{array} \right.$$

Очевидно, что для всех натуральных  $n$  меньших  $2R/\lambda$ , существует такое  $z_0(n, R, \lambda)$ , при котором  $z_1(n) = \infty$ , т.е. даже для бесконечно удаленной точки остается открыто  $n$  зон Френеля.



$$n \in \mathbb{N} \wedge [0; 2R/\lambda]$$

Найдем количество открытых зон Френеля для точки на оси отверстия  $n(z_1, z_0, R, \lambda)$ :

$$\left( R^2 + z_1^2 \right) - \left( z_1 + z_0 - \sqrt{z_0^2 + R^2} + n \cdot \frac{\lambda}{2} \right)^2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve, } n \end{array} \right. \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \frac{2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot z_1 - 2 \cdot z_0 + 2 \cdot \left( R^2 + z_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\lambda} \\ \frac{2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot z_1 - 2 \cdot z_0 - 2 \cdot \left( R^2 + z_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\lambda} \end{array} \right]$$

(второе решение отбрасываем, поскольку для любых  $z_0 > 0$  и  $z_1 > 0$  оно отрицательно)

Можно показать, что для точек на оси отверстия количество открытых зон Френеля увеличивается с уменьшением  $z_1$  и на  $S_1$  достигает значения:

$$\frac{-2 \cdot z_1 - 2 \cdot z_0 + 2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot \left( R^2 + z_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\lambda} \quad \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{substitute, } z_1 = \sqrt{z_0^2 + R^2} - z_0 \end{array} \right. \rightarrow 2 \cdot \frac{\left[ R^2 + \left[ \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - z_0 \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\lambda}$$

$$\lim_{z_0 \rightarrow \infty} \left[ 2 \cdot \frac{\left[ R^2 + \left[ \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - z_0 \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\lambda} \right] \rightarrow 2 \cdot \frac{\left( R^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\lambda}$$

Число открытых зон Френеля для бесконечно удаленной точки на оси отверстия:

$$\lim_{z_1 \rightarrow \infty} \left[ \frac{2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - 2 \cdot z_1 - 2 \cdot z_0 + 2 \cdot \left( R^2 + z_1^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\lambda} \right] \rightarrow (-2) \cdot \left[ \frac{- \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\lambda} \right] + z$$

Расстояние от центра отверстия до точек на оси отверстия для которых открыты n зон в случае плоской волны ( $z_0 \rightarrow \infty$ ) можно найти двумя способами. Из общей формулы полученной выше и из стандартных геометрических соображений:

$$\lim_{z_0 \rightarrow \infty} \left[ \frac{-1}{4} \cdot \frac{8 \cdot z_0^2 - 8 \cdot z_0 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + 4 \cdot z_0 \cdot n \cdot \lambda - 4 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} \cdot n \cdot \lambda + n^2 \cdot \lambda^2}{2 \cdot z_0 - 2 \cdot \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} + n \cdot \lambda} \right] \rightarrow \frac{-1}{4} \cdot \frac{(-4) \cdot R^2 + n^2 \cdot \lambda^2}{n \cdot \lambda} \quad \left( z_1 + n \cdot \frac{\lambda}{2} \right)^2 - \left( R^2 + z_1^2 \right) \left| \begin{array}{l} \text{explicit} \\ \text{solve, } z_1 \end{array} \right. \rightarrow \frac{-1}{4} \cdot \frac{(-4) \cdot R^2 + n^2 \cdot \lambda^2}{n \cdot \lambda}$$

Итак, все необходимые формулы записаны и можно приступить непосредственно к расчету дифракционной картину, получающейся при дифракции света на круглом отверстии в случае, когда источник света лежит на оси отверстия.

## Расчет

$I_0 := 1 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$  - интенсивность света, падающего на центр отверстия

$\lambda := 565 \cdot \text{nm}$  - длина волны падающего света

$k := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$      $k = 1.112068196 \times 10^7 \frac{1}{\text{m}}$  - волновой вектор

$k_{R\lambda} := 15$  - коэффициент, определяющий во сколько раз радиус отверстия больше длины волны падающего света

$R := k_{R\lambda} \cdot \lambda$  - радиус отверстия     $D := 2R$      $D = 30\lambda$  - диаметр отверстия     $R = 8.475 \mu\text{m}$      $\frac{2R}{\lambda} = 30$

$S := \pi \cdot R^2$      $S = 706.858347058 \lambda^2$  - площадь отверстия

$k \cdot R = 94.247779608$      $\gg 1$  - условие определяющее возможность пренебречь краевыми эффектами (основная часть электромагнитных волн дифрагирует под малыми углами)

$z_0 := 0.5 \text{mm}$  - расстояние от точечного источника света до отверстия

$\frac{z_0}{R} = 58.997050147$      $\frac{z_0}{\lambda} = 884.955752212$

$$2 \cdot \frac{R^2 + \left[ \left( z_0^2 + R^2 \right)^{\frac{1}{2}} - z_0 \right]^2}{\lambda} = 30.00107721$$

- максимальное число открытых зон Френеля (точка  $z_1$  на  $S_1$ )

$$2 \cdot \frac{\left(z_0^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}} - z_0}{\lambda} = 0.254231741 \quad - \text{число открытых зон Френеля для бесконечно удаленной точки}$$

$$\frac{R^2}{\lambda} = 0.127125 \text{ mm}$$

- минимальное  $z_0$ , при котором существует точка, для которой открыта 1 зона Френеля

$$zU(n) := \frac{-1}{4} \cdot \frac{8 \cdot z_0^2 - 8 \cdot z_0 \cdot \left(z_0^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}} + 4 \cdot z_0 \cdot n \cdot \lambda - 4 \cdot \left(z_0^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}} \cdot n \cdot \lambda + n^2 \cdot \lambda^2}{2 \cdot z_0 - 2 \cdot \left(z_0^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}} + n \cdot \lambda}$$

- функции, определяющие расстояния от центра отверстия до точки на оси отверстия для которой открыты n зон Френеля (zU(n) - для сферической волны, zV(n) - для плоской волны).

$$zV(n) := \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot R^2 - n^2 \cdot \lambda^2}{n \cdot \lambda}$$

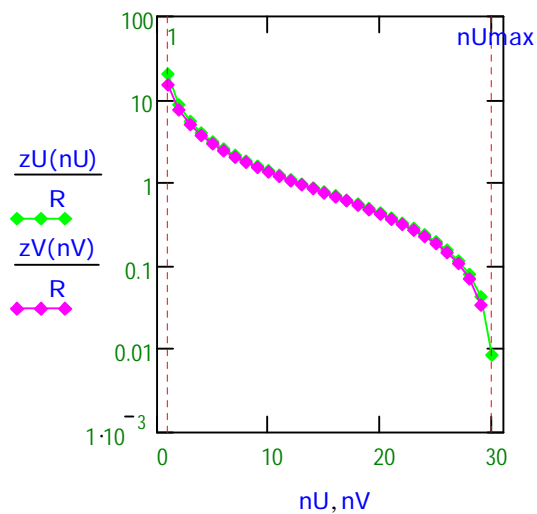
$$nU_{\max} := \text{trunc} \left[ 2 \cdot \left[ \frac{-2 \cdot z_0 \cdot \left(z_0^2 + R^2\right)^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot z_0^2 + 2 \cdot R^2}{\lambda} \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$nU_{\max} = 30$$

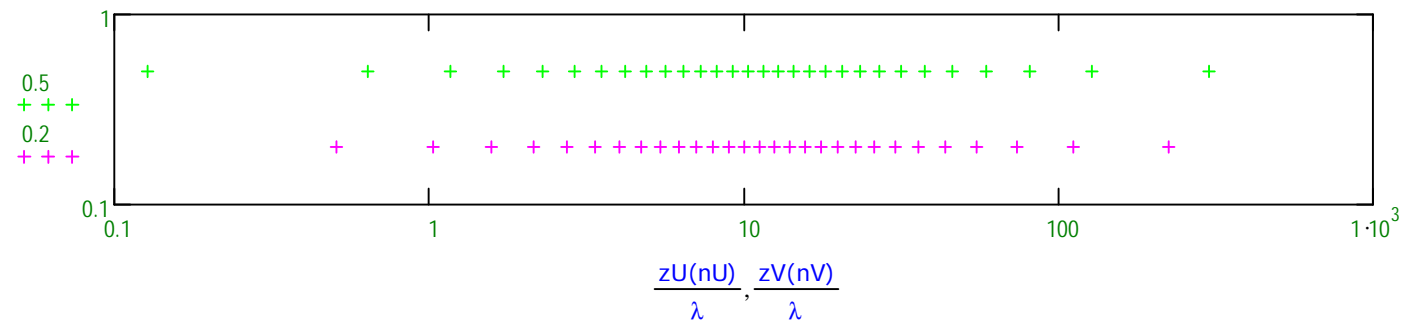
$$nU := 1..nU_{\max}$$

$$nV := 1..2k_{R\lambda} - 1 \quad 2k_{R\lambda} = 30$$

Зависимость  $z_1(n)$



Положения точек на оси отверстия для плоской и сферической первичных волн для которых открыто целое количество зон Френеля.



Поскольку  $I_0 = |U|^2 = \frac{A^2}{r^2} \Rightarrow A = \sqrt{I_0} r$  , то

$I_0 = |U|^2 = B^2 \Rightarrow B = \sqrt{I_0}$

$A := \sqrt{I_0} \cdot z_0$   $A = 0.0005 \sqrt{\text{watt}}$   $B := \sqrt{I_0}$   $B = 1 \frac{\sqrt{\text{watt}}}{\text{m}}$  - амплитуды первичных сферической и плоской волн на  $S_1$ , соответственно.

$W := I_0 \cdot 4 \cdot \pi \cdot z_0^2$   $W = 0.000003142 \text{ watt}$  - мощность точечного источника света, чтобы  $I_0$  на  $S_1$  была равна величине приведенной выше

$W = \oint_S IdS = I_0 4\pi z_0^2$

$q(r) := \sqrt{z_0^2 + r^2}$  - расстояние от точечного источника света до точки экрана

$s(r, \phi, x, y, z) := \sqrt{z^2 + (x - r \cdot \cos(\phi))^2 + (y - r \cdot \sin(\phi))^2}$  - расстояние от отверстия до точки экрана

$$Un(x, y, z) := \frac{1}{\sqrt{I_0}} \cdot \frac{A}{4 \cdot \pi} \cdot \left[ \int_{0.m}^R r \cdot \left[ \int_0^{2 \cdot \pi} \frac{e^{i \cdot k \cdot (q(r) + s(r, \phi, x, y, z))}}{q(r) \cdot s(r, \phi, x, y, z)} \cdot \left[ \frac{s(r, \phi, x, y, z)}{z} \cdot \left( i \cdot k - \frac{1}{s(r, \phi, x, y, z)} \right) + \frac{q(r)}{z_0} \cdot \left( i \cdot k - \frac{1}{q(r)} \right) \right] d\phi \right] dr \right]$$

$$Vn(x, y, z) := \frac{1}{\sqrt{I_0}} \cdot \frac{B}{4 \cdot \pi} \cdot \left[ \int_{0.m}^R r \cdot \left[ \int_0^{2 \cdot \pi} e^{i \cdot k \cdot s(r, \phi, x, y, z)} \cdot \left( \frac{i \cdot k}{z} - \frac{1}{z \cdot s(r, \phi, x, y, z)} + \frac{i \cdot k}{s(r, \phi, x, y, z)} \right) d\phi \right] dr \right]$$

- нормированные амплитуды волнового возмущения в точке  $P_1$ , от сферической и плоской первичных волн.

Приближение Фраунгофера:

$$I_{cxy}(x, y, z) := \text{if } x^2 + y^2 \neq 0, \frac{\pi \cdot R^2}{z^2 + x^2 + y^2} \cdot I_0 \cdot \frac{J_1 \left( R \cdot k \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{z^2 + x^2 + y^2}} \right)^2}{\pi \cdot \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{z^2 + x^2 + y^2}} \right)^2}, \frac{\pi \cdot R^2}{z^2 + x^2 + y^2} \cdot I_0 \cdot \frac{(R \cdot k)^2}{4\pi}$$

$N := 100$   $n := 0.. N - 1$

$zc := 3$   $\gamma := 20$   $zb := \frac{zc}{\gamma}$

$q_m := \frac{N-1}{\sqrt{\gamma^2}}$

$zb \cdot q^n =$

0.15
0.159358302
0.169300456
0.179862888
0.191084296

$z_n := R \cdot zb \cdot q^n$

$\frac{z_n}{\lambda} =$

2.25
2.390374528
2.539506838
2.697943316
2.866264436

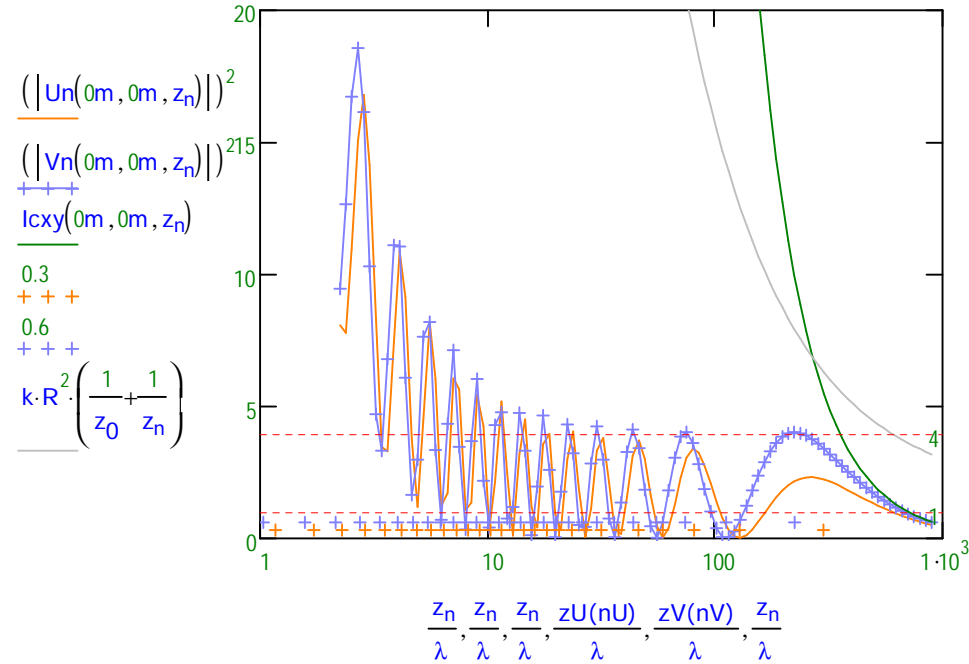
На графике ниже показаны в зависимости от  $z_1/\lambda$ :

Интенсивности дифрагированного света на оси отверстия для плоской и сферической первичной волн, рассчитанные по теории Кирхгофа.

Интенсивности дифрагированного света на оси отверстия, рассчитанная в приближении Фраунгофера.

Положения точек на оси отверстия для плоской и сферической первичных волн, для которых открыто целое количество зон Френеля.

Критерий, определяющий условие дифракций Фраунгофера и Френеля.



$$k \cdot R^2 \cdot \left( \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1} \right) \ll 1 - \text{условие дифракции Фраунгофера (Fraunhofer)}$$

$$k \cdot R^2 \cdot \left( \frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1} \right) \gg 1 - \text{условие дифракции Френеля (Fresnel)}$$

Видно, что

- 1) при  $kR^2/(z_0+z_1) \sim 3$  приближение Фраунгофера становится неприменимым к расчету интенсивности света в центре дифракционной картины,
  - 2) при четном количестве открытых зон Френеля наблюдается максимум интенсивности света равный  $4I_0$ , а при четном  $I=0$ , как и должно быть.
- Рост интенсивности при  $z_1 \sim 3\lambda$  возможно связан либо с некорректным заданием граничных условий на  $S_1$  и  $S_2$ , либо с неточным расчетом интеграла.

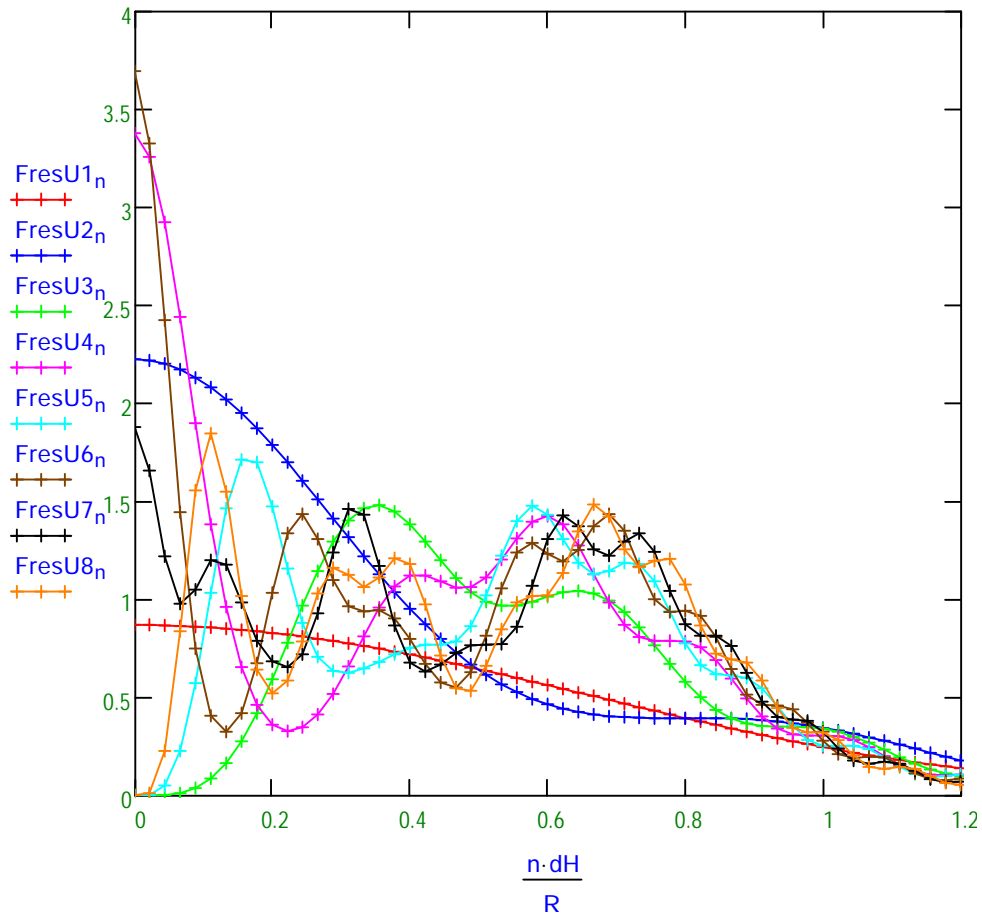
$$\left( \left| \text{Un} \left( 0m, 0m, \frac{\lambda}{100} \right) \right| \right)^2 = 527768.25840315$$

$\underline{K} := 1.2$        $\underline{H} := K \cdot R$  - размер плоского экрана, на котором наблюдается дифракционная картина

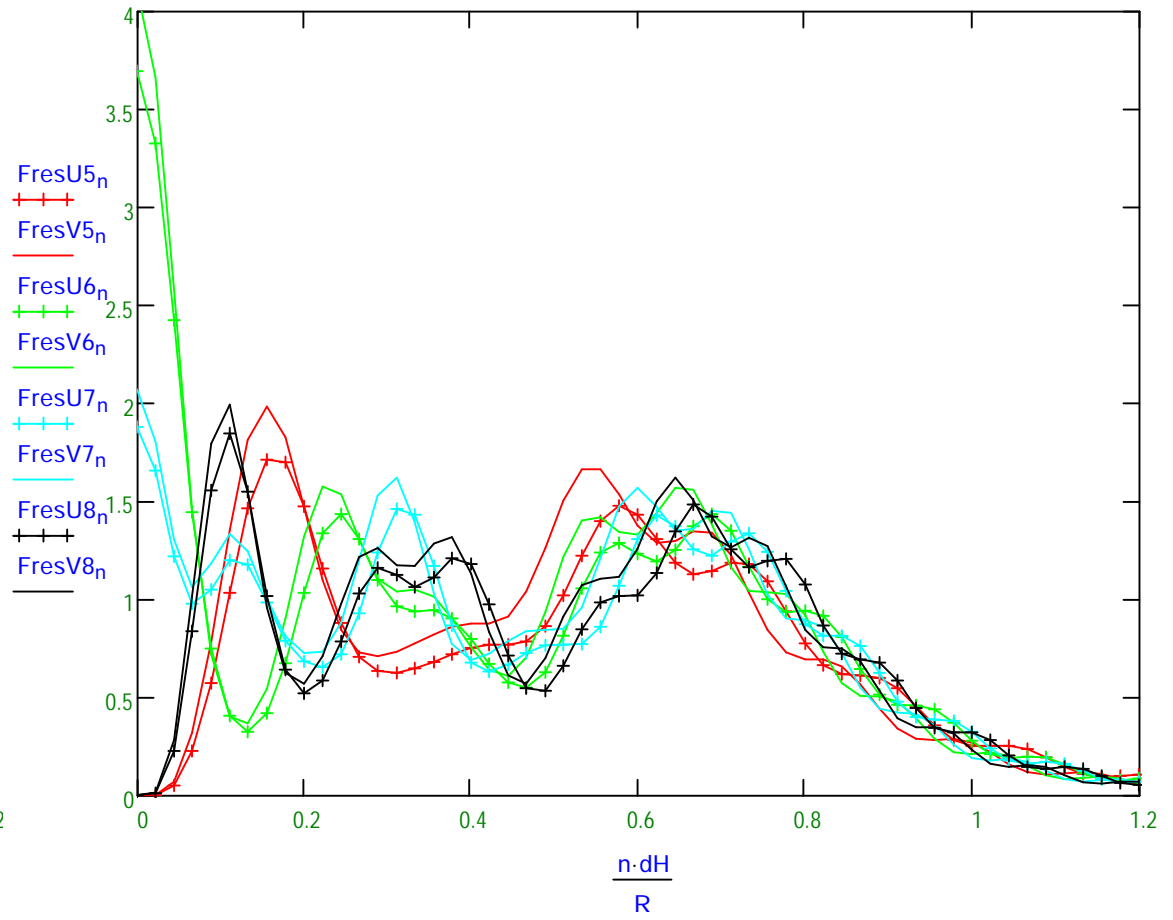
$\underline{N} := 55$        $n := 0..N-1$      $n \in [0, N-1 = 54]$      $dH := \frac{H}{N-1}$        $\frac{dH}{R} = 0.022222222$

$\text{FresU1}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(0.6)) )^2$	$\text{FresU2}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(1)) )^2$	$\text{FresU3}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(2)) )^2$	$\text{FresU4}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(3)) )^2$
$\text{FresU5}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(4)) )^2$	$\text{FresU6}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(5)) )^2$	$\text{FresU7}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(5.5)) )^2$	$\text{FresU8}_n := ( \text{Un}(n \cdot dH, 0m, zU(6)) )^2$
$\text{FresV1}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(0.6)) )^2$	$\text{FresV2}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(1)) )^2$	$\text{FresV3}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(2)) )^2$	$\text{FresV4}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(3)) )^2$
$\text{FresV5}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(4)) )^2$	$\text{FresV6}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(5)) )^2$	$\text{FresV7}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(5.5)) )^2$	$\text{FresV8}_n := ( \text{Vn}(n \cdot dH, 0m, zV(6)) )^2$

Зависимости интенсивности дифрагированного света на экране перпендикулярном оси отверстия от расстояния до оси отверстия для сферической первичной волны:



Сравнение интенсивностей приведенных выше с аналогичными зависимостями для плоской первичной волны:

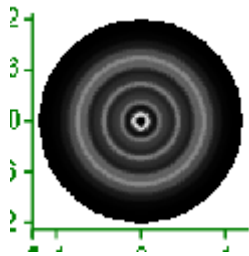




Интенсивность дифрагированного света в координатах  $(x/R, y/R)$  в единицах  $I_0$ :

$\lambda := 1.2$        $H := K \cdot R$       - размер экрана, на котором наблюдается дифракционная картина  
 $N := 100$        $n := 0..N-1$        $dH := \frac{H}{N-1}$        $tb := \text{time}(1)$        $\text{FresU}_n := (|U_n(n \cdot dH, 0m, zU(8.0))|)^2$        $te := \text{time}(1)$        $te - tb = 34.270999908$

$\text{FresU\_2D}(u, v) := \begin{bmatrix} \frac{u \cdot dH}{R} \cdot \cos(v) \\ \frac{u \cdot dH}{R} \cdot \sin(v) \\ (|\text{FresU}_u|)^2 \end{bmatrix}$        $xm := N$        $ym := 360$   
 $\text{FresU} := \text{CreateMesh}(\text{FresU\_2D}, 0, N-1, 0, 2\pi, xm, ym)$



FresU

Аналогично можно рассчитать дифракционные картины от прямоугольника и треугольника. Необходимо лишь изменить область интегрирования (см. соответствующие файлы с расчетами дифракции Фраунгофера).

Однако для получения картинок придется честно считать интегралы для всех точек экрана, а не только на луче, лежащем в плоскости экрана и выходящем из точки пересечения экрана с осью отверстия, как это сделано здесь, ввиду круговой симметрии отверстия. На моем компьютере получение картинки 100x100 точек займет около часа времени.

Если у вас получится получить что-нибудь интересное, то сообщите об этом, пожалуйста, мне.

