

Дифракция Фраунгофера на отверстиях в форме треугольника

$$I_0 := 1 \cdot \frac{\text{watt}}{\text{m}^2} \quad \text{- интенсивность света, падающего на отверстие}$$

$$a := 5 \cdot \mu\text{m}$$

$$b := \frac{a}{\sqrt{2.000001}} \quad b = 3.535533022 \mu\text{m}$$

$$c := \frac{a}{1.5 \cdot \sqrt{2}} \quad c := \sqrt{a^2 + b^2} \quad c = 2.357022604 \mu\text{m}$$

$$b + c = 5.892555626 \mu\text{m} \quad L2 := \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

$$\gamma := \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}\right) \quad \gamma = 25.374596826 \text{ deg}$$

$$S_{\triangle} := \sqrt{L2 \cdot (L2 - a) \cdot (L2 - b) \cdot (L2 - c)} \quad S = 3.7877454 \mu\text{m}^2$$

$$\lambda := 560 \cdot \text{nm} \quad \text{- длина волны падающего света}$$

$$k := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad k = 1.121997376 \times 10^7 \frac{1}{\text{m}} \quad \text{- волновой вектор}$$

$$\omega := k \cdot c \quad \omega = 3.363663513 \times 10^{15} \frac{1}{\text{s}} \quad \text{- циклическая частота}$$

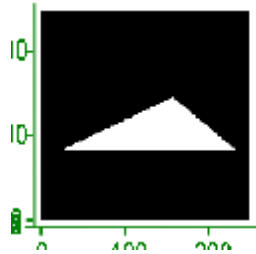
$$\nu := 2 \cdot \pi \cdot \omega \quad \nu = 2.113452116 \times 10^7 \text{ GHz} \quad \text{- частота}$$

Построение графического изображения отверстия

$$t(x, y) := \text{if} \left((y > 0) \wedge (y < \tan(\gamma) \cdot x) \wedge \left(y < \frac{b \cdot \sin(\gamma)}{b \cdot \cos(\gamma) - a} \cdot x - \frac{a \cdot b \cdot \sin(\gamma)}{b \cdot \cos(\gamma) - a} \right), 1, 0 \right)$$

$$B := 1.2a \quad B = 6 \mu\text{m} \quad Nb := 250 \quad i := 0..Nb - 1 \quad j := 0..Nb - 1$$

$$T_{i,j} := t\left(\frac{-B}{10} + i \cdot \frac{B}{Nb - 1}, -\frac{B}{3} + j \cdot \frac{B}{Nb - 1}\right)$$



T

$$k \cdot \min(a, b, c) = 26.445731775 \quad \gg 1 \quad \text{- условие слабого отклонения от геометрической оптики (малые углы дифракции)}$$

$$R := 1 \cdot \text{cm} \quad \text{- расстояние от отверстия до экрана на котором наблюдается дифракционная картина}$$

$$L := 1 \cdot \text{cm} \quad \text{- расстояние от отверстия до центра плоского экрана на котором наблюдается дифракционная картина}$$

$$\frac{k \cdot a^2}{L} = 0.028049934 \quad \frac{k \cdot b^2}{L} = 0.01402496 \quad \ll 1 \quad \text{- условие дифракции Фраунгофера}$$

Аналитический расчет компонент фурье дифрагированного света u_q :

$$\int_0^{b \cdot \sin(\gamma)} \left[\int_{\frac{y}{\tan(\gamma)}}^{\frac{b \cdot \cos(\gamma) - a}{b \cdot \sin(\gamma)} \cdot y + a} e^{i \cdot k \cdot (n_x \cdot x + n_y \cdot y)} dx \right] dy \begin{cases} \text{explicit} \\ \text{simplify} \end{cases} \rightarrow \frac{\sin(\gamma) \cdot a \cdot e^{i \cdot k \cdot b \cdot (\sin(\gamma) \cdot n_y + \cos(\gamma) \cdot n_x)} \cdot n_x - b \cdot \sin(\gamma) \cdot e^{i \cdot k \cdot n_x \cdot a} \cdot n_x \cdot \cos(\gamma) - b \cdot e^{i \cdot k \cdot n_x \cdot a} \cdot n_y + b \cdot e^{i \cdot k \cdot n_x \cdot a} \cdot n_y \cdot \cos(\gamma)^2 + n_x \cdot b \cdot \sin(\gamma)}{k^2 \cdot n_x \cdot \left[(-2) \cdot n_x \cdot b \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\gamma) \cdot n_y - n_x^2 \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2 + n_x \cdot a \cdot \sin(\gamma) \cdot n_y + n_x^2 \cdot a \cdot \cos(\gamma) - n_y^2 \cdot b + n_y^2 \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2 \right]}$$

$$u_q(n_x, n_y) := \frac{\sin(\gamma) \cdot a \cdot e^{i \cdot k \cdot b \cdot (n_x \cdot \cos(\gamma) + n_y \cdot \sin(\gamma))} \cdot n_x - b \cdot \sin(\gamma) \cdot e^{i \cdot k \cdot n_x \cdot a} \cdot n_x \cdot \cos(\gamma) - b \cdot e^{i \cdot k \cdot n_x \cdot a} \cdot n_y + b \cdot e^{i \cdot k \cdot n_x \cdot a} \cdot n_y \cdot \cos(\gamma)^2 + b \cdot \sin(\gamma) \cdot n_x \cdot \cos(\gamma) - n_x \cdot \sin(\gamma) \cdot a + n_y \cdot b - n_y \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2}{k^2 \cdot n_x \cdot \left[(-n_x^2) \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2 - 2 \cdot n_x \cdot b \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\gamma) \cdot n_y + n_x^2 \cdot a \cdot \cos(\gamma) + n_x \cdot a \cdot \sin(\gamma) \cdot n_y - n_y^2 \cdot b + n_y^2 \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2 \right]}$$

Интенсивность дифрагированного света в элемент телесного угла $d\Omega$ нормированная на $d\Omega$:

$$dI_{d\Omega}(\theta, \phi) := I_0 \cdot \frac{k^2}{S \cdot (2\pi)^2} \cdot \left(\left| u_q(\sin(\theta) \cdot \cos(\phi), \sin(\theta) \cdot \sin(\phi)) \right| \right)^2$$

$$I_t(\theta, \phi, R) := \frac{S}{R^2} \cdot dI_{d\Omega}(\theta, \phi) \quad \text{- зависимость интенсивности дифрагированного света от угла дифракции и расстояния от отверстия}$$

Интенсивность дифрагированного света при $\theta = 0$ на расстоянии $L = 10 \text{ mm}$ от отверстия

$$I_t(10^{-5}, 10^{-5}, L) = 4.574941003 \times 10^{-7} \frac{\text{watt}}{\text{m}^2}$$

Проверка равенства 1 отношения суммарных мощностей падающего на щель и дифрагированного света

$$1 - \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} dI_{d\Omega}(\theta, \phi) d\phi \sin(\theta) d\theta}{I_0} = 0.321913238 \%$$

$$I_{txy}(x, y) := \frac{S}{R^2} \cdot I_0 \cdot \frac{k^2}{S \cdot 4 \cdot \pi^2} \cdot \left(\left| u_q \left(\frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{L^2 + x^2 + y^2}} \right) \right| \right)^2 \quad \text{- интенсивность дифрагированного света в точке с координатами (x,y), находящейся на экране, расположенном на расстоянии L от отверстия. (Начало координат находится в точке пересечения оси отверстия с экраном.)}$$

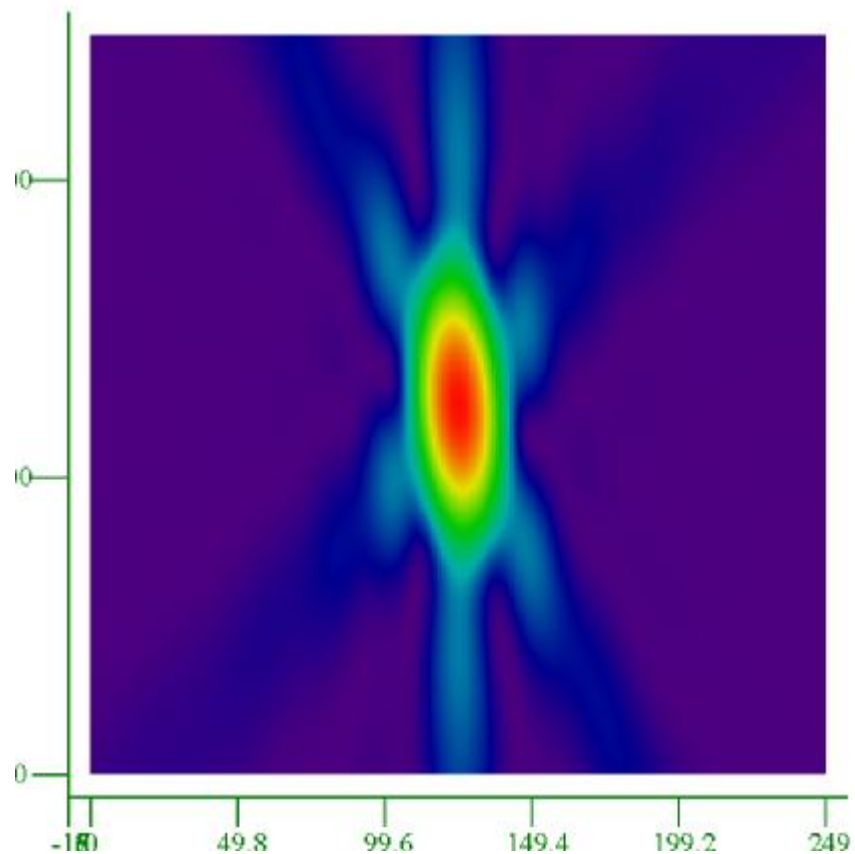
$A := 2 \cdot \text{cm}$ - размер плоского экрана, на котором наблюдают дифракционную картинку

$N := 250$ - число точек по оси x и y по значениям интенсивности света в которых строится графическое изображение дифракционной картинки.

$i := 0..N - 1$ $j := 0..N - 1$

$$G_{i,j} := \ln \left(\frac{\text{ltxy} \left(\frac{-A}{2} + i \cdot \frac{A}{N-1}, \frac{-A}{2} + j \cdot \frac{A}{N-1} \right)}{I_0} + 10^{-8} \right)$$

- масштабирование значений интенсивности для лучшего графического представления.



G

$$G(\theta, \phi) := \left(\begin{array}{c} \theta \cdot \cos(\phi) \\ \theta \cdot \sin(\phi) \\ \ln\left(\frac{dI_{do_t}(\theta, \phi)}{I_0} + 10^{-4}\right) \end{array} \right)$$

xmesh := 150

ymesh := 350

Sph := CreateMesh(G, -0.001, 1.01 * $\frac{\pi}{2}$, -0.001, 2.001 * π , xmesh, ymesh)

Интенсивность дифрагированного света в полярных координатах (θ, ϕ):

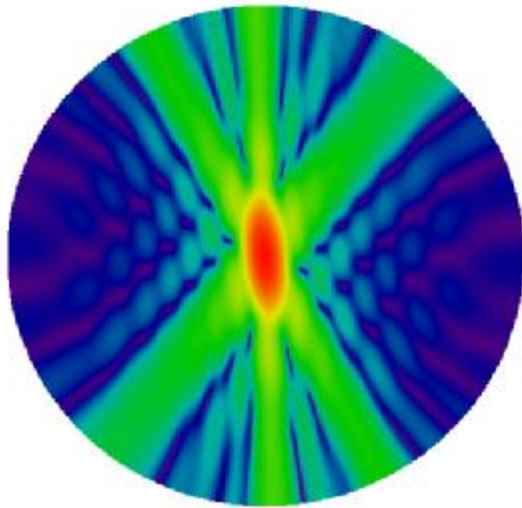
$\phi :=$



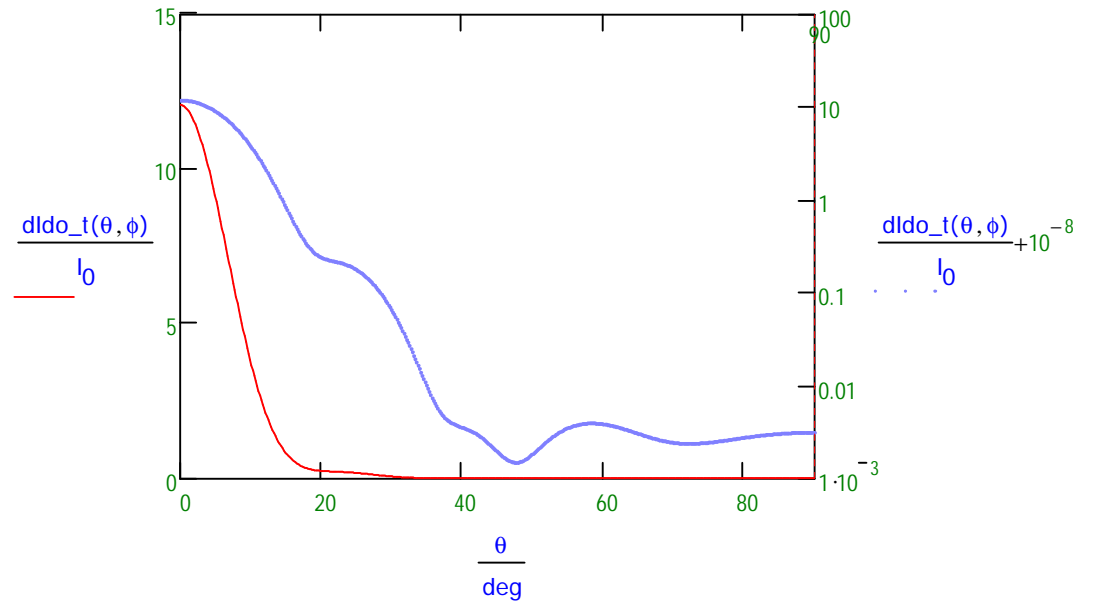
$\phi := 0.99999 \cdot \phi \cdot \text{deg}$

Зависимость относительной интенсивности (или точнее отношения $(dI/do)/I_0$) от θ при $\phi = 68.99931 \text{ deg}$:

$\theta := 10^{-5}, 0.2 \text{ deg} .. 90 \text{ deg}$



Sph



$$I_{nxny}(nx, ny) := \frac{S}{R^2} \cdot I_0 \cdot \frac{k^2}{S \cdot 4 \cdot \pi^2} \cdot (|u_q(nx, ny)|)^2$$

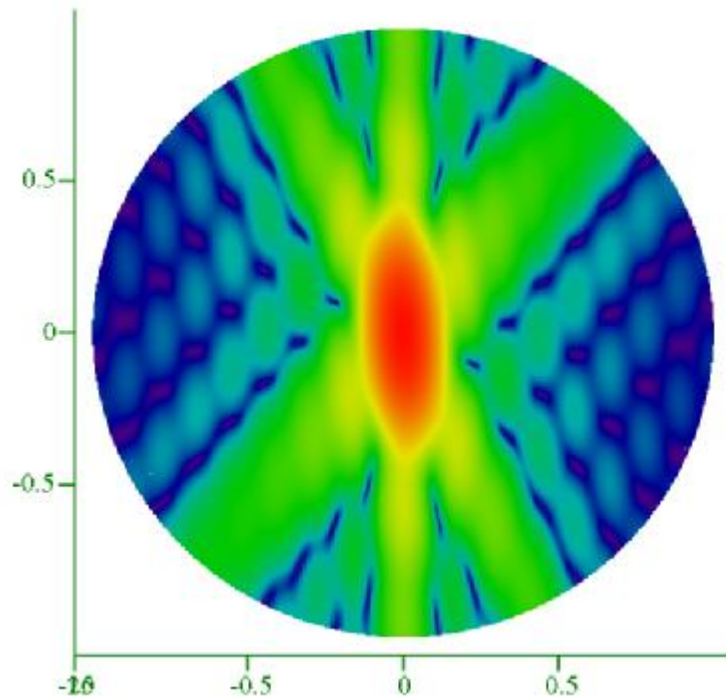
- интенсивность дифрагированного света в направлении нормали $(nx, ny, \sqrt{1 - (nx^2 + ny^2)})$ на расстоянии R от отверстия.

$$G(u, v) := \left(\begin{array}{c} \sin(u) \cdot \cos(v) \\ \sin(u) \cdot \sin(v) \\ \ln \left(\frac{I_{nxny}(\sin(u) \cdot \cos(v), \sin(u) \cdot \sin(v))}{I_0} + 10^{-12} \right) \end{array} \right)$$

$$x_{mesh} := 200 \quad y_{mesh} := 720$$

$$Sph := CreateMesh(G, -0.001, 1.001 \cdot \frac{\pi}{2}, -0.001, 2.001 \pi, x_{mesh}, y_{mesh})$$

Интенсивность дифрагированного света в координатах (nx,ny):



Sph

$$\frac{\gamma \cdot \cos(\gamma) - \sin(\gamma) \cdot n_x \cdot a + n_y \cdot b - n_y \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2}{+ n_y^2 \cdot b \cdot \cos(\gamma)^2}$$